

GASMENGENMESSUNG AUF GRUND DER TEMPERATURDIFFERENZ

TADEUSZ HOBLER und ANDRZEJ BURGHÄRDT

Forschungsstelle für Chemie-Ingenieur-Technik und Apparatebau
der Polnischen Akademie der Wissenschaften und

Lehrstuhl für Chemie-Ingenieur-Technik und Apparatebau
der Technischen Hochschule, Gliwice, Polen

(Eingegangen 13. Februar 1963)

Zusammenfassung—Auf theoretischem sowie experimentellem Wege wurde die Möglichkeit der Gasmengenmessung auf Grund von Temperaturdifferenzen, die sich als Resultat einer adiabatischen Expansion in der Venturidüse einstellen, analysiert. Die Temperaturdifferenzmessung wurde mit Thermoelementen vollzogen, welche mittels zweier Leitungen an das elektrische Messgerät (Galvanometer, Voltmeter) angeschlossen waren.

Eine derartige Messschaltung kann uns seiner Baueinfachheit wegen bei Gasmengenmessungen gute Dienste leisten, besonders in der Hochdrucktechnik, in der gegenwärtig Differenzmanometer ganz besonderer Bauart eingesetzt werden. Im vorliegenden Verfahren werden nur zwei dünne elektrische Leitungen aus der Düse herausgeführt.

Die erhaltenen Messergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit einer auf theoretischem Wege erhaltenen Gleichung, und zwar in der Grenze von ± 5 Prozent.

BEZEICHNUNGEN			
A ,	mechanisches Wärmeäquivalent 1/427 kcal/kgf m;	i ,	Wärmeinhalt, kcal/kg;
G ,	Durchflussmenge, kg/s, kg/h;	$m = \frac{f_2}{f_1}$	Öffnungsverhältnis der Düse;
H ,	Höhe, m;	p ,	Druck, kg m/m ² s ² ;
K ,	Massenkraft, kgf/kg;	t ,	Schubspannung, kgf/m ² ;
P ,	Druck, kgf/m ² ;	q ,	Spezifische Wärmemenge oder Wärmestromdichte, kcal/kg, kcal/m ² h;
R ,	Halbmesser, m;	x, y, z ,	Ortskoordinaten, m;
$Pr = \frac{c_p \eta}{\lambda}$	Prandtl'sche Zahl;	$\mathbf{w}(w_x, w_y, w_z)$	Geschwindigkeitsvektor, m/s;
$Re_x = \frac{w \gamma x}{\eta}$	Reynoldssche Zahl;	γ ,	Dichte, kg/m ³ ;
$Re_d = \frac{w d \gamma}{\eta}$	Reynoldssche Zahl;	δ ,	Grenzschichtdicke, m;
T ,	Absolute Temperatur, °K;	η ,	Dynamische Zähigkeit, kg/m h;
c_p, c_v ,	Spezifische Wärme bei konstantem Druck und konstantem Volumen, kcal/kg 1°;	η^* ,	Düsenwirkungsgrad;
		$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$,	Adiabatexponent;
d ,	Durchmesser, m;	ν ,	Kinematische Zähigkeit, m ² /s, m ² /h;
f ,	Querschnittsfläche, m ² ;	λ ,	Wärmeleitzahl, kcal/mh 1°;
\dot{g} ,	Erdbeschleunigung, m/s ² ;	τ ,	Zeit, s, h;
\dot{g}_z ,	Umrechnungsfaktor, 9,81 kg m/kgf s ² ;	ϕ_∞ ,	Rückgewinnfaktor für das Umströmen der Profile;

- ϕ' , Rückgewinnfaktor für die Rohrströmung definiert unter Zuhilfenahme des mittleren Geschwindigkeitsquadrates;
- ϕ , Rückgewinnfaktor für die Rohrströmung definiert unter Zuhilfenahme der mittleren Durchflussgeschwindigkeit im Rohr.

Formeln aus der Vektoranalysis

$$\nabla\phi = \text{grad } \phi = i \frac{\partial\phi}{\partial x} + j \frac{\partial\phi}{\partial y} + k \frac{\partial\phi}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{w} = \text{div } \mathbf{w} = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z}$$

1. EINLEITUNG

SCHWIERIGKEITEN, auf die man bei Anwendung der konventionellen Gasmengenmessungsmethoden, und zwar der Normdrosselgeräte in der Hochdrucktechnik (beispeilweise in der Ammoniaksynthese), stösst, haben Anregung dazu gegeben die Möglichkeit der Gasmengenmessung mittels der Temperaturdifferenzen und nicht der Druckdifferenzen zu analysieren. Es ist doch viel leichter, einen Temperaturfühler in eine Hochdruckleitung einzubauen und nur zwei dünne Leitungen an das elektrische Messgerät herauszuführen als ein Differenzmanometer von ganz besonderer Bauart einzusetzen. Das Messen kleiner Druckdifferenzen bei hohen absoluten Drücken ist äusserst schwierig.

Aus diesem Grunde ging man daran, theoretisch und experimentell eine Methode zu bearbeiten, die es ermöglichen würde, Mengemessungen auf Grund von Temperaturdifferenzen durchzuführen. Es sei hierbei bemerkt, dass man sich beim Lösen dieses Problems nicht nur auf das Aufstellen einer empirischen bzw. halbempirischen Beziehung beschränkte, die nur für ein gegebenes Messproblem gelten würde (z.B. für die Mengemessung in der Ammoniaksynthese), sondern vielmehr bestrebt war, eine allgemeine Beziehung zu finden, die völlig unabhängig vom Charakter des Messproblems

immer brauchbar sein könnte. Man war sich jedoch dessen bewusst, dass eine so bearbeitete Methode nur in Sonderfällen dem einfachen Drosselverfahren mit Druckdifferenzmessung überlegen sein kann und dass, die in dieser Arbeit angebrachten Betrachtungen und durchgeführten Experimente nur einen Teil der Lösung dieses Problems bilden werden.

2. THEORETISCHE ANALYSE DER MESSMETHODE

Die theoretische Grundlage dieser Messmethode bildet die Energiebilanz für die Kanalströmung einer kompressiblen Flüssigkeit. Setzt man voraus, dass der Prozess zeitlich keinen Veränderungen unterworfen ist, so erhält man eine Energiebilanz für den Raum des Kanals, der durch zwei unendlich nahe gelegenen Querschnitte begrenzt ist in folgender Form [1]

$$Ad \left[\frac{(w^2)_m}{2\check{g}_z} \right] = dq_z - di'_m - A \frac{\check{g}}{\check{g}_z} dH \quad (2.1)$$

nach der die Erhöhung der kinetischen Energie des im Kanal strömenden Mediums durch Wärmezufuhr von aussen, wie auch durch Abfall des Wärmeinhalts und der potentiellen Energie des Mediums verursacht wird.

Meistenteils ist in praktischen Fällen die Änderung der potentiellen Energie im Vergleich mit den anderen Grössen der Gleichung (2.1) so klein, dass sie ausser acht gelassen werden kann. Beim Betrachten der adiabatischen Strömung setzen wir $dq_z = 0$, da diese Grösse in der Gleichung (2.1) diejenige Wärme darstellt, welche die äusseren Quellen verloren haben.

Somit ergibt sich

$$Ad \left[\frac{(w^2)_m}{2\check{g}_z} \right] = - di'_m \quad (2.2)$$

und nach der Integration

$$i'_{m1} + A \frac{(w^2)_{m1}}{2\check{g}_z} = i'_{m2} + A \frac{(w^2)_{m2}}{2\check{g}_z} = \text{const} \quad (2.3)$$

wobei der Wärmeinhalt i'_m und das Geschwindigkeitsquadrat $(w^2)_m$ mittlere Werte im gegebenen Kanalquerschnitt darstellen.

Gleichung (2.3) zeigt, dass die Änderung der kinetischen Energie des im Kanal strömenden

Mediums selbsttätig eine Änderung seines Wärmeinhalts nach sich zieht. Die Wärmeinhaltsänderung eines Gases, dessen thermischer Zustand weit im Bereich des überhitzten Dampfes liegt, muss zu einer Temperaturänderung führen.

Die Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit, wenn z.B. durch Verengung des Kanalquerschnittes verursacht, muss also eine Temperaturerniedrigung zur Folge haben.

Diese einfache Analyse der Gleichung (2.3) deutet darauf hin, dass die Verwendung eines gewöhnlichen Drosselgerätes es ermöglicht, die Gasmengenmessung dann durchzuführen wenn die Temperaturen des Gases im Querschnitt vor dem Drosselgerät und im engsten Querschnitt des Drosselgerätes gemessen werden. Die Kenntnis der Temperaturdifferenz in den zwei genannten Querschnitten, sowie des Verhältnisses dieser Querschnitte, erlaubt es, die im Kanal strömende Gasmenge zu bestimmen. Die eben angestellten Betrachtungen weisen darauf hin, dass das Hauptproblem dieser Messmethode das fehlerfreie und genaue Messen der wirklichen Gastemperaturen ist. Der Einbau eines Temperaturfühlers in die isolierte Rohrleitung (adiabatische Strömung) zwingt uns jedoch dazu die Gasströmung um ein gegebenes Profil zu erörtern.

Bekanntlich verursachen die von der Zähigkeit des Gases stammenden Tangentialkräfte beim Umströmen einer ebenen Platte die Entstehung einer Grenzschicht mit einem Geschwindigkeitsprofil, in dem sich die Geschwindigkeit von der Anströmungsgeschwindigkeit " w_∞ " bis zu Null an der Plattenoberfläche ändert.

Infolge des energetischen Gleichgewichts zwischen den Strömen des Wärmeinhalts und der kinetischen Energie, sowie dem durch den Temperaturgradienten verursachten Wärmestrom, tritt in der Grenzschicht eine Temperaturverteilung auf, wobei der Temperaturgradient an der Wand ($y = 0$) in Übereinstimmung mit der Voraussetzung einer adiabatischen Strömung gleich Null sein muss, denn

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (2.4)$$

Somit wird die Temperatur einer längsangeströmten ebenen Platte, die als "Eigentempera-

tur" (T_{AW}) bezeichnet worden ist, von der statischen Temperatur des Gases (T_∞), wie auch von seiner adiabatischen Staupunkttemperatur ($T_{0\infty}$) [2, 3] verschieden sein. In der Gasdynamik ist es üblich, eine Grösse zur Anwendung zu bringen die den Namen "Rückgewinnfaktor" [5] erhalten hat (in der englischen Literatur als "recovery factor" bezeichnet [2, 4]), und den lokalen Rückgewinn der dynamischen Temperatur A ($w_\infty^2 / 2\check{g}_z c_p$) an der Wand des umströmten Profils darstellt.

$$\phi_\infty = \frac{T_{AW} - T_\infty}{A \frac{w_\infty^2}{2\check{g}_z c_p}} = \frac{T_{AW} - T_\infty}{T_{0\infty} - T_\infty} \quad (2.5)$$

Die Kenntnis des Rückgewinnfaktors erlaubt uns also, die statische Temperatur des Gases zu bestimmen, insofern die Eigentemperatur der Wand wie auch die Strömungsgeschwindigkeit bekannt sind.

Aus der Energiebilanz der adiabatischen Strömung (2.3) geht hervor, dass die Kenntnis der Differenz der mittleren statischen Gastemperaturen im Querschnitt vor dem Drosselgerät und im engsten Querschnitt des Drosselgerätes die im Rohr strömende Gasmenge bestimmen lässt. Die angeführte, rein qualitative Analyse des Strömungsprozesses um ein Profil deutet jedoch darauf hin, dass die vom Temperaturfühler gemessenen Temperaturen nicht die in den zwei erwähnten Querschnitten herrschenden mittleren statischen Gastemperaturen sein werden, sondern vielmehr adiabatische Eigentemperaturen der Wand. Wie aus diesem hervorgeht, ist die Kenntnis des Rückgewinnfaktors beim Berechnen der mittleren statischen Gastemperaturen unentbehrlich, und deshalb auch wollen wir uns mit dieser Grösse näher befassen.

Anhand der Differentialgleichung der Energiebilanz, in der die durch innere Reibung in Wärme umgewandelte Energie berücksichtigt wurde

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial}{\partial \tau} (c_v T) + \gamma w \cdot \nabla (c_v T) + AP \nabla \cdot w \\ = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{A\eta}{\check{g}_z} \psi \end{aligned} \quad (2.6)$$

wo ψ die von Rayleigh eingeführte Dissipationsfunktion darstellt:

$$\psi = 2 \left[\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_y}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{w})^2 \quad (2.7)$$

der Navier-Stokesschen Bewegungsgleichung:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + (\mathbf{w} \cdot \nabla) \mathbf{w} \right] = \gamma \mathbf{K} + \eta \nabla^2 \mathbf{w} + \frac{1}{3} \eta \nabla (\nabla \cdot \mathbf{w}) - \nabla p \quad (2.8)$$

und der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\gamma \mathbf{w}) = 0 \quad (2.9)$$

ist unter Annahme der zeitlichen Unveränderlichkeit des Prozesses die Umströmung einer dünnen ebenen Platte mit der Anströmungsgeschwindigkeit " w_∞ " und der Temperatur des Gases " T_∞ " analysiert worden. Die Randbedingungen lauteten dabei:

$$\begin{array}{lll} y = 0; & w_x = w_y = 0; & \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ y \rightarrow \infty; & w_x \rightarrow w_\infty; & T \rightarrow T_\infty. \end{array}$$

Auf der Prandtlschen Grenzschichttheorie fussend [6, 8] kann bewiesen werden, dass der Rückgewinnfaktor für die laminare Grenzschicht an einer längsangeströmten ebenen Platte von der Reynoldsschen Zahl unabhängig ist und eben nur als Funktion von Pr , d.h. als Funktion der Art des Mediums, angesehen werden kann. In Abhängigkeit von der Prandtl'schen Zahl also gestaltet sich das Temperaturprofil in der Grenzschicht und die adiabatische Eigentemperatur der Wand. Die Versuchsergebnisse von Eckert und Weise [9], Wimbrow, Slack u.a. [2, 10] bestätigen die schon angeführte Schlussfolgerung und stimmen mit der von Pohlhausen [8] erhaltenen Beziehung

$$\phi_\infty = Pr^{1/2} \quad (2.10)$$

gut überein.

Diese Funktion gilt für den Bereich der Prandtl'schen Zahl $0,5 \leq Pr \leq 5$, wie auch für solche Profile wie Platte, Kreiszyylinder und Kegel.

Die Differentialgleichung der Energiebilanz und die Bewegungsgleichung für eine turbulente Grenzschicht hat man durch Einführung des zeitlichen Mittelwertes der Geschwindigkeit und Temperatur, sowie der Begriffe der "turbulenten scheinbaren Schubspannungen" und der "turbulenten Wärmestromdichte" erhalten [6, 7]. Die letztgenannten Grössen wurden durch folgende Gleichungen definiert:

$$t_t = \gamma \epsilon_t \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \quad (2.11)$$

$$q_t = \gamma c_p \epsilon_q \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad (2.12)$$

worin ϵ_q u. ϵ_t die Austauschfaktoren für den Impuls und die Wärme in der turbulenten Strömung sind. Es ist an Hand von oben genannten Differentialgleichungen bewiesen worden, dass auch in diesem Falle der Rückgewinnfaktor hauptsächlich von der Prandtl'schen Zahl abhängig ist, wobei die Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl ausser acht gelassen werden kann.

Die beim Ableiten gemachten Näherungsansätze beschränken jedoch die Gültigkeit dieser Folgerung auf den Bereich von Prandtl-Zahlwerten in der Nähe von 1. Viele Versuchsergebnisse die beim Gebrauch verschiedener Profile erhalten worden sind [2], stimmen mit der von mehreren Forschern (Ackermann, Squire) [10] vorgeschlagenen Beziehung

$$\phi_\infty = Pr^{1/3} \quad (2.13)$$

völlig überein. Der Bereich der Prandtl'schen Zahlen, der für diese Funktion gilt, ist $0,5 \leq Pr \leq 2$.

Die sich mit Rückgewinnfaktor für die Rohrströmung befassende Literatur ist sehr knapp, da die praktische Auswertung dieser Grösse in diesem Falle minimal ist. Es gibt deshalb nur wenige Versuchsergebnisse und überhaupt keine theoretischen Betrachtungen dieses Problems.

McAdams [12] und seine Mitarbeiter haben die Rückgewinnfaktoren für die turbulente

Rohrströmung der Luft im Bereich von $Re_d = 25\,000$ bis $35\,000$ und $Ma = 0,1$ bis 1 gemessen. Die von ihnen erhaltenen Werte haben sich in den Grenzen zwischen $0,8$ und $0,9$ gruppiert, wobei die meisten Versuchsergebnisse um den Wert $0,88$ zusammengedrängt waren. Die Autoren haben also als einen Mittelwert von $\phi = 0,88$ angenommen, in der Meinung er stimme mit dem Rückgewinnfaktor für eine längsangeströmte Platte überein.

Elser [13] erhielt für eine turbulente Luftströmung im unbeheizten Rohr im Bereich $Re_d = 60\,000$ bis $127\,000$ und $Ma = 0,2$ bis $0,6$ einen mittleren Rückgewinnfaktor von $\phi = 0,845$. Die Messungen zeigen für ϕ eine steigende Tendenz mit steigenden Reynoldsschen Zahlen, wobei die grössten gemessenen Werte $\phi = 0,86$ erreichten.

In diesen beiden Arbeiten wurde der Rückgewinnfaktor folgendermassen definiert:

$$\phi = \frac{T_{AW} - T_m}{A \frac{w_m^2}{2g_z c_p}} \quad (2.14)$$

wobei w_m die mittlere Durchflussgeschwindigkeit des Gases über den Rohrquerschnitt darstellt:

$$w_m = \frac{1}{F} \int_0^F w_x dF. \quad (2.15)$$

Die statische mittlere Gastemperatur wurde im gegebenen Rohrquerschnitt aus der Beziehung berechnet:

$$T_m + A \frac{w_m^2}{2g_z c_p} = \text{const} = T_{0m} \quad (2.16)$$

wobei die Temperatur T_{0m} in einem Behälter für vollständig abgebremste Strömung, das heisst für $w_m = 0$, gemessen wurde.

Der Rückgewinnfaktor für Rohrströmung spielt in dieser Arbeit eine wichtige Rolle, denn nur die genaue Kenntnis dieser Grösse wird das Ableiten einer allgemeinen Beziehung zwischen der Durchflussmenge des Gases im Rohr und der durch den Temperaturfühler angezeigten Temperaturdifferenz ermöglichen. Die Auswertung der Versuchsergebnisse der oben angeführten Arbeiten, die voneinander abweichen und in denen keine theoretische Analyse durchgeführt worden ist, würde den Bereich

der gesuchten Beziehung stark beschränken. Um das umfangreiche theoretische und experimentelle Material, das den Rückgewinnfaktor beim Umströmen eines Profils betrifft, auszunutzen; ist man bestrebt gewesen eine Relation zwischen den beiden durch die Formeln (2.5) u. (2.14) definierten Rückgewinnfaktorformen zu finden. Eine solche Relation würde die Möglichkeit schaffen, die Rückgewinnfaktorwerte für die Rohrströmung auch für andere Medien im voraus zu berechnen und somit der gesuchten Beziehung $G = f(\Delta T_F)$ einen allgemeineren Charakter zu geben.

Die Grundlage der Betrachtungen, in deren Verlauf die Relation zwischen den beiden Rückgewinnfaktorformen ϕ_∞ —für das Umströmen der Profile und ϕ —für die Rohrströmung erhalten wurde, war die von Eckert erweiterte Prandtl'sche Hypothese [14] der Analogie von Temperatur- und Geschwindigkeitsprofilen an der längsangeströmten Platte und für die Rohrströmung.

Lässt man nämlich die Flüssigkeit aus einem grossen Behälter in ein Rohr einströmen, so bildet sich kurz hinter dem Einlauf eine Einlaufströmung, und die dabei auftretenden Erscheinungen sind den beim Umströmen einer Platte beobachteten sehr ähnlich. Wir können daher sagen, dass in ähnlicher Weise wie beim Umströmen einer Platte auch im Rohr an der Einlaufstrecke eine Grenzschicht entsteht, deren Dicke am Einlauf in das Rohr Null gleicht und mit der Entfernung vom Einlauf zunimmt. Die durch die Zähigkeit des Mediums verursachten Reibungskräfte werden an dieser Strecke teilweise durch die Trägheitskräfte (Zuwachsen der Grenzschichtdicke), teilweise aber auch durch den Druckabfall im Gleichgewicht erhalten.

Die Geschwindigkeit des Kernes (des Raumes ausserhalb der Grenzschichten) " w_∞ " wächst mit der Entfernung vom Einlauf, da die Rohrströmung stationär ist ($G = \text{const}$) und die Grenzschichtdicke immer grösser wird (Abb. 1 u. 2).

Das Wachsen der Grenzschichtdicke ist nur so lange möglich bis die Rohrachse erreicht wird, da in diesem Moment die an den gegenüberliegenden Rohrwänden entstandenen Grenzschichten zusammentreffen. Die Umströmungsgeschwindigkeit der Platte " w_∞ " entspricht

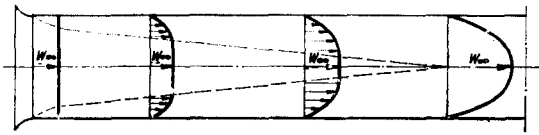


ABB 1. Rohreinlaufströmung (laminare Strömung).

jetzt der bei einer ausgebildeten Rohrströmung vorkommenden Maximalgeschwindigkeit " w_{\max} ". Weil nach dem Zusammentreffen der Grenzschichten im Rohr keine Möglichkeit mehr besteht, sie weiter wachsen zu lassen, wird die weitere Rohrströmung nur dank des Gleichgewichtes der Reibungskräfte mit dem Druckabfall stattfinden. Daher wird die Geschwindigkeitsverteilung einer stationären ($G = \text{const}$) ausgebildeten Rohrströmung (nach dem Zusammentreffen der Grenzschichten in der Rohrachse)

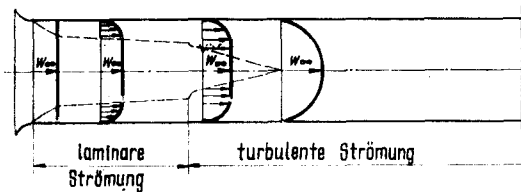


ABB 2. Rohreinlaufströmung (laminare und turbulente Strömung).

bei einem unveränderlichen Rohrquerschnitt keinen Änderungen mehr unterworfen sein. Waren die Grenzschichten beim Zusammentreffen laminar, so wird auch die weitere Rohrströmung laminar sein, waren sie aber turbulent, so wird die weitere Strömung turbulent bleiben. Das beim Zusammentreffen der Grenzschichten entstandene Geschwindigkeitsprofil ist mit der Reynoldsschen Zahl $Re_d = (w_m d / \nu)$ eng verbunden; da aber bei einer weiteren ausgebildeten Rohrströmung die Geschwindigkeitsverteilung unveränderlich bleibt, kann sie ebenfalls durch die Reynoldssche Zahl $Re_x = (w_{\infty} x / \nu)$, wie die Geschwindigkeitsverteilung für eine Platte, charakterisiert werden.

Wir können daher behaupten, dass jeder Reynoldsschen Zahl Re_d , die bei Verwendung des Rohrdurchmessers für eine ausgebildete Rohrströmung berechnet wird, eine einzige Reynoldssche Zahl Re_x entspricht, welche im Punkt des Zusammentreffens der Grenzschichten berechnet

werden muss. Diese Schlussfolgerung kann durch die nachstehenden Betrachtungen bestätigt werden.

Die kritische Reynoldssche Zahl, bei der in der Grenzschicht der Umschlag einer laminaren Strömung in eine turbulente erfolgt, wird für das Umströmen der ebenen Platte durch folgende Gleichung bestimmt:

$$Re_x = \frac{w_{\infty} x}{\nu} = 500\,000. \quad (2.17)$$

Das Verhältnis zwischen der Grenzschichtdicke und dem Abstand des erörterten Querschnittes der laminaren Grenzschicht von der Vorderkante der Platte nimmt folgende Gestalt an [14]

$$\delta \cong 4,64 \sqrt{\left(\frac{\nu x}{w_{\infty}}\right)}. \quad (2.18)$$

Lassen wir den aus Gleichung (2.18) ermittelten Wert für " x " in der Beziehung (2.17) zur Anwendung gelangen, so erhalten wir:

$$Re_x = \frac{w_{\infty}^2 \delta^2}{4,64^2 \nu^2} \quad (2.19)$$

und somit

$$4,64 \sqrt{(Re_x)} = \frac{w_{\infty} \delta}{\nu}. \quad (2.20)$$

Bezeichnen wir den Ausdruck $w_{\infty} \delta / \nu$ als Re_{δ} , so erhalten wir den Zusammenhang zwischen diesen beiden Formen der Reynoldsschen Zahlen als:

$$Re_{\delta} = 4,64 \sqrt{(Re_x)}. \quad (2.21)$$

Da für die laminare Rohrströmung $w_{\infty} = w_{\max} = 2w_m$ und $\delta = (d/2)$, somit ist

$$Re_{\delta} = \frac{w_{\infty} \delta}{\nu} = \frac{2w_m d}{2\nu} = \frac{w_m d}{\nu} \quad (2.22)$$

eine allgemein gebräuchliche Form der Reynoldsschen Zahl für die Rohrströmung. Das in Gleichung (2.21) ausgedrückte Verhältnis ausnutzend, erhalten wir die kritische Reynoldssche Zahl

$$(Re_d)_{kr} = 4,64 \sqrt{(500\,000)} = 3300. \quad (2.23)$$

Sie stimmt mit dem anhand von Versuchen

für die Rohrströmung bestimmten Wert gut überein.

Die Prandtlische Hypothese, welche die Grundlage dieser Betrachtungen bildet, ist durch viele Versuchsergebnisse bestätigt worden [6]. Die durchgeführten Versuche haben nämlich bewiesen, dass in der turbulenten Grenzschicht an der längsangeströmten ebenen Platte die gleiche Geschwindigkeitsverteilung vorhanden ist wie bei der turbulenten Strömung im Rohr. Auch die von Blasius aufgestellte Gleichung der Wandschubspannung (Widerstandsgesetz) gilt sowohl für die Rohrströmung wie auch für das Umströmen einer Platte.

Die Messungen der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten und der turbulenten scheinbaren Schubspannungen weisen eine ähnliche Verteilung dieser Größen sowohl für das Rohr wie auch für die Platte auf.

Anhand dieser Betrachtungen können wir zur Bestimmung der Temperaturverteilung an der Einlaufstrecke einer adiabatischen Rohrströmung die Temperaturverteilungen in der Grenzschicht einer längsangeströmten Platte auswerten. Wie bekannt, ändert sich beim Umströmen einer Platte die Temperatur in der Grenzschicht von der Eigentemperatur der Wand " T_{AW} " bis zur statischen Gastemperatur T_∞ , wobei

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = 0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=\delta} = 0 \quad (\text{Abb. 3}).$$

Somit kann die Temperaturverteilung an der Einlaufstrecke im Rohr wie in Abb. 4 dargestellt werden.

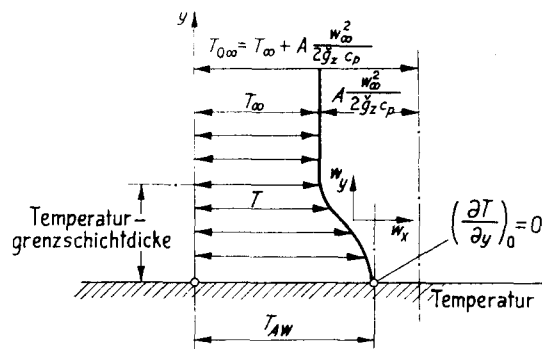


Abb. 3. Temperaturverteilung an einer längsangeströmten wärmeundurchlässigen Wand.

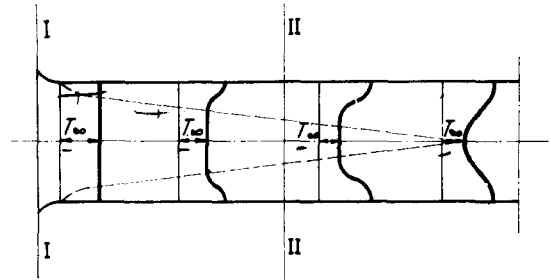


Abb. 4. Temperaturverteilung längs der Einlaufstrecke im Rohr.

Der gesamte Staupunktswärmeinhalt des im Rohr strömenden Mediums muss unverändert bleiben, da die Strömung adiabatisch ist

$$\left[\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = 0\right].$$

Die Kerntemperatur " T_∞ " und die Kerngeschwindigkeit " w_∞ " ändern sich zwar während des Strömens durch die Einlaufstrecke im Rohr, da aber

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=\delta} = 0,$$

ist die Kernströmung ebenfalls adiabatisch, und der Staupunktswärmeinhalt der im Kern strömenden Masseneinheit ($i_{0\infty}$) muss als konstant angesehen werden.

Bezeichnen wir die gesamte im Rohr strömende Gasmenge mit G , die im gegebenen Querschnitt des Rohres in der Grenzschicht strömende Gasmenge mit G_δ und die im Kern strömende Gasmenge mit G_k , so können wir nachfolgende Massenbilanz aufstellen:

$$G = G_\delta + G_k. \quad (2.24)$$

Die Energiebilanz für den durch die Querschnitte I-I und II-II begrenzten Raum sieht folgendermassen aus (Abb. 4)

$$G i_{0\infty} = G_\delta i_{0m} + G_k i_{0\infty} \quad (2.25)$$

wobei der mittlere Staupunktswärmeinhalt der in der Grenzschicht strömenden Masseneinheit (i_{0m}) durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$G_\delta i_{0m} = G_\delta \left(i'_m + A \frac{(w^2)_m}{2\beta_z} \right) = \int_0^{F(\delta)} i w_{xy} dF + A \int_0^{F(\delta)} \frac{w_x^2}{2\beta_z} w_{xy} dF. \quad (2.26)$$

Die Auswertung der Beziehung (2.24) in der Energiebilanz (2.25) führt zur folgenden Gleichung

$$i_{0m} = i_{0\infty} \quad (2.27)$$

und als Folge dieser erhalten wir

$$T_{0\infty} = T_{0m}. \quad (2.28)$$

Im Punkt des Zusammentreffens der beiden Grenzschichten wie auch für eine weitere ausgebildete Rohrströmung wird der Kern als eine in der Rohrachse liegende Linie dargestellt.

Da in der Rohrachse, die an den gegenüberliegenden Rohrwänden entstandenen Grenzschichten zusammengetroffen sind, muss in diesem Punkt die Neigung der Temperaturverteilungskurve $\partial T/\partial y$ auch für die ausgebildete Rohrströmung gleich Null sein. Somit ist die Strömung des Kernes, der, wie vorher gezeigt, als eine Linie in der Rohrachse anzusehen ist, ebenfalls adiabatisch.

Der Staupunktswärmeinhalt der in der Rohrachse strömenden Masseneinheit ist deswegen konstant und gemäss Gleichung (2.27) gleich dem mittleren Wärmeinhalt (i_{0m}) des im Rohr strömenden Mediums (die Grenzschichtdicke beträgt dann $\delta = R$).

Bezeichnen wir für das Rohr

$$T_{0\infty} = (T_0)_{ax}. \quad (2.29)$$

so erhalten wir

$$(T_0)_{ax} = T_{0m}. \quad (2.30)$$

Die Definition des Rückgewinnfaktors (2.5) kann jetzt für das Rohr folgendermassen dargestellt werden

$$\phi_{\infty} = \frac{T_{AW} - T_{\infty}}{A \frac{w_{\infty}^2}{2g_z c_p}} = \frac{T_{AW} - (T)_{ax}}{A \frac{w_{\max}^2}{2g_z c_p}}. \quad (2.31)$$

Aus der Definition der Staupunkttemperatur für die Rohrachse erhalten wir:

$$(T_0)_{ax} = (T)_{ax} + A \frac{w_{\max}^2}{2g_z c_p}. \quad (2.32)$$

Die Auswertung dieser Beziehung in Gleichung (2.31) führt zu einer gleichwertigen Form

des Rückgewinnfaktors

$$\phi_{\infty} = 1 - \frac{(T_0)_{ax} - T_{AW}}{A \frac{w_{\max}^2}{2g_z c_p}} \quad (2.33)$$

die gemäss Gleichung (2.30) auch folgendermassen geschrieben werden kann

$$\phi_{\infty} = 1 - \frac{T_{0m} - T_{AW}}{A \frac{w_{\max}^2}{2g_z c_p}}. \quad (2.34)$$

Definieren wir hierauf den Rückgewinnfaktor für die Rohrströmung unter Zuhilfenahme des mittleren Geschwindigkeitsquadrates und der mittleren Temperatur wobei die letztgenannten Grössen durch Gleichung (2.26) bestimmt werden (in der Gleichung (2.26) ist nun $\delta = R$ für die ausgebildete Strömung), so erhalten wir

$$\phi' = \frac{T_{AW} - T'_m}{A \frac{(w^2)_m}{2g_z c_p}}. \quad (2.35)$$

Da gemäss Gleichung (2.26)

$$T'_m = T_{0m} - A \frac{(w^2)_m}{2g_z c_p} \quad (2.36)$$

somit wird

$$\phi' = 1 - \frac{T_{0m} - T_{AW}}{A \frac{(w^2)_m}{2g_z c_p}}. \quad (2.37)$$

Die Gleichungen (2.34) und (2.37) erlauben jetzt das zwischen diesen beiden Formen des Rückgewinnfaktors bestehende Verhältnis darzustellen. Diese Relation lautet

$$\phi' = 1 - (1 - \phi_{\infty}) \frac{w_{\max}^2}{(w^2)_m}. \quad (2.38)$$

Sowohl McAdams, wie auch Elser, haben in ihren Arbeiten den Rückgewinnfaktor mit Hilfe der mittleren, durch Gleichung (2.15) definierten, Durchflussgeschwindigkeit berechnet. Wie aus der angeführten Energiebilanz (2.26) hervorgeht, kann die mittlere kinetische Energie des im Rohr (beziehungsweise in der Grenzschicht) strömenden Mediums nur auf Grund der Kenntnis des mittleren Geschwindigkeitsquadrates bestimmt werden. Bei der genauen Bestim-

mung des mittleren Geschwindigkeitsquadrates jedoch muss die Geschwindigkeitsverteilung im Rohr bekannt sein; die mittlere Durchflussgeschwindigkeit dagegen kann viel einfacher, und zwar aus der Durchflussmenge des im Rohr strömenden Mediums bestimmt werden. Die von den beiden Autoren vorgeschlagene Definition ist deshalb vom praktischem Gesichtspunkt aus viel einfacher.

Hauptaufgabe dieser Arbeit ist es, eine Relation zwischen der im Rohr strömenden Gasmenge, einer Grösse, die mit der mittleren Durchflussgeschwindigkeit eng verknüpft ist, und der Temperaturdifferenz aufzustellen. Der Rückgewinnfaktor wird selbstverständlich in der erwähnten Relation als eine der Veränderlichen vorkommen, und deshalb wird auch in diesem Falle die Auswertung der von den beiden Autoren vorgeschlagenen Definition des Rückgewinnfaktors eine erhebliche Vereinfachung der Berechnungen zur Folge haben.

Die in der Gleichung (2.14) vorkommende mittlere Temperatur T_m haben beide Autoren aus Gleichung (2.16) errechnet, in der T_{0m} die mittlere Staupunkttemperatur des im Rohr strömenden Mediums darstellt. Die auf diese Weise berechnete mittlere Temperatur T_m ist selbstverständlich nur eine Berechnungsgrösse, der keinerlei physikalische Bedeutung beigemessen werden kann, und die demnach von der mittleren Temperatur T'_m unterschiedlich sein wird, welche, wie wir gesehen haben, durch die in (2.26) dargebotene Energiebilanz definiert worden ist.

Werten wir Gleichung (2.16) in der Beziehung (2.14) aus, so erhalten wir eine Form der Rückgewinnfaktorgleichung, die der Gleichung (2.37) ähnlich ist

$$\phi = 1 - \frac{T_{0m} - T_{AW}}{A \frac{w_m^2}{2\tilde{g}_z c_p}}. \quad (2.39)$$

Die Beziehung zwischen dem vom McAdams und Elser definierten Rückgewinnfaktor ϕ für die Rohrströmung und dem Rückgewinnfaktor ϕ_∞ kann nach einigen Umformungen der Gleichungen (2.34) und (2.39) abgeleitet werden und lautet folgendermassen

$$\phi = 1 - (1 - \phi_\infty) \left(\frac{w_{\max}}{w_m} \right)^2. \quad (2.40)$$

Die auf Grund dieser Gleichung errechneten Rückgewinnfaktorenwerte stimmen mit den Versuchsergebnissen von Elser gänzlich überein (nach Elser $\phi = 0,845$, nach dieser Gleichung $\phi = 0,844$ für den von Elser untersuchten Bereich der Reynoldsschen Zahlen und für $\phi_\infty = Pr^{1/3} = 0,89$). Elser hat ausserdem eine steigende Tendenz für ϕ mit steigenden Reynoldsschen Zahlen festgestellt. Diese Tatsache bestätigt auch die oben angeführte Gleichung, denn für steigende Reynoldssche Zahlen wird das Verhältnis w_{\max} zu w_m kleiner, was eine nur geringfügige Erhöhung des Rückgewinnfaktors zur Folge hat. Die von McAdams ermittelten Rückgewinnfaktorenwerte scheinen dagegen zu hoch zu liegen.

Eine Schätzungsrechnung soll uns jetzt darüber aufklären, was für Werte der adiabatischen Eigentemperaturen der Wand bei den Messungen mit Luft zu erwarten sind.

Zu diesem Zweck wollen wir uns eine Rohrleitung mit Drosselgerät vorstellen, in der ein Temperaturfühler, in Gestalt eines länglichen Kreiszyinders, eingebaut worden ist. Ohne auf die Konstruktionseinzelheiten einzugehen, nehmen wir vorläufig an, ein Teil des Temperaturfühlers befinde sich im Raum der Rohrleitung vor dem Drosselgerät und der zweite im Drosselgerät; die Luft dagegen strömt im Rohr längs der Längsachse des Kreiszyinders. In zwei Querschnitten des Temperaturfühlers, einem im Raum des Rohres vor dem Drosselgerät und dem zweiten im engsten Querschnitt des Drosselgerätes selbst wurden die Thermoelemente angebracht, deren Aufgabe es war, die adiabatischen Eigentemperaturen der Wand zu messen. Da die Rechnung nur schätzungsweise durchgeführt wird, nehmen wir $\phi = idem$ für die zwei Messquerschnitte an.

Die adiabatische Eigentemperatur der Wand im Querschnitt "1" vor dem Drosselgerät beträgt

$$T_{AW1} = T_{m1} + \phi A \frac{w_{m1}^2}{2\tilde{g}_z c_p} = T_{F1} \quad (2.41)$$

und im Querschnitt "2" im Drosselgerät

$$T_{AW2} - T_{m2} + \phi A \frac{w^2_{m2}}{2\check{g}_z c_p} = T_{F2}. \quad (2.42)$$

Nach einigen Umformungen bei Ausnutzung der Gleichung (2.16) erhalten wir die Beziehung zwischen der durch den Temperaturfühler gemessenen Temperaturdifferenz und der Differenz der mittleren statischen Gastemperaturen in den zwei Querschnitten

$$\Delta T_F = \Delta T_m (1 - \phi). \quad (2.43)$$

In der Praxis haben wir es in der Regel mit einer turbulenten Gasströmung im Rohr zu tun; deshalb nehmen wir nach Elser $\phi = 0,845$ an, dann erhalten wir:

$$\Delta T_F = 0,155 \Delta T_m. \quad (2.44)$$

Die vom Temperaturfühler gemessene Temperaturdifferenz beträgt nur ca 16 Prozent der Differenz der beiden mittleren statischen Gastemperaturen.

Nehmen wir eine geringe Dichteänderung des Gases beim Durchfluss durch das Drosselgerät ($\gamma \cong \text{const}$) an, so erhalten wir eine Relation zwischen der Differenz der mittleren statischen Gastemperaturen ΔT_m und der mittleren Durchflussgeschwindigkeit im Querschnitt vor dem Drosselgerät, d.h. w_{m1}

$$\Delta T_m = \frac{1 - m^2}{m^2} \frac{A}{2\check{g}_z c_p} w^2_{m1}. \quad (2.45)$$

Die Einsetzung folgender Werte: $w_{m1} = 20$ m/s; $T_{m1} = 293^\circ\text{K}$; $c_p = 0,24$ (kcal/kg 1°) und $m = (f_2/f_1) = 0,25$ in die Gleichung (2.21) ergibt

$$\Delta T_m = 3,0^\circ.$$

Die vom Temperaturfühler gemessene Temperaturdifferenz beträgt also $0,45^\circ$. Dieses Ergebnis war von grundsätzlichem Einfluss auf die Konstruktion des Temperaturfühlers und die Wahl des elektrischen Messgerätes für diese Experimente.

3. MESSAPPARATUR

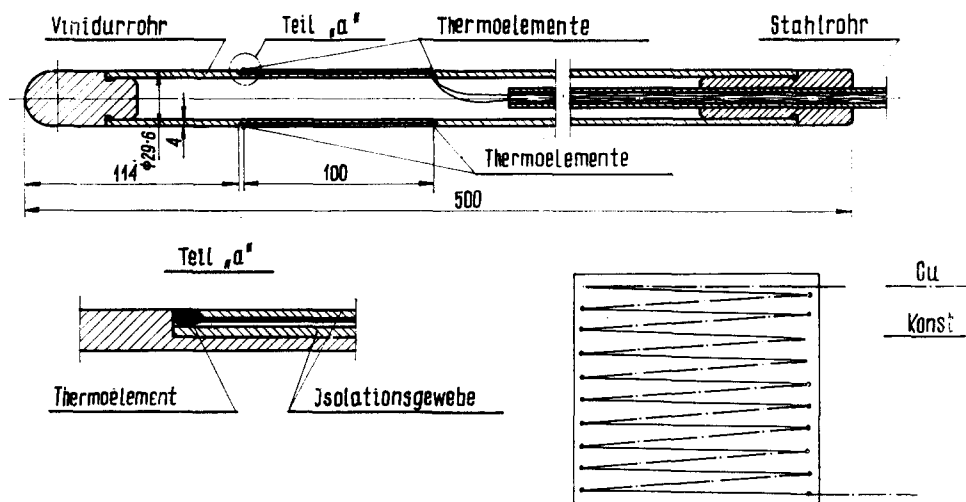
Die in dieser Arbeit besprochenen Messungen wurden mit Luft bei Atmosphärendruck durchgeführt. Die Versuchsanordnung bildete ein Ventilator mit Rohrleitung, die mit einer Normblende und Norm—Venturidüse als Haupt-

messelementen ausgestattet war. Ausserdem wurde die Temperatur und der Druck der Luft vor der Normblende und der Norm—Venturidüse gemessen. Die Normblende diente zur Gasmengenmessung auf Grund der Druckdifferenz, wobei in die Venturidüse der Temperaturfühler eingebaut wurde. Die Venturidüse bildete in dieser Messeinrichtung eine Rohrverengung, deren Aufgabe es war, die Luftströmung zu beschleunigen und somit eine Temperaturänderung hervorzurufen. Von den drei Arten der Drosselgeräte wurde die Venturidüse deshalb gewählt, weil sie den kleinsten Druckverlust gewährleistet und ihr exakt ausgemessener zylindrischer Teil eine genaue Anordnung des Temperaturmesspunktes im engsten Querschnitt des Drosselgerätes ermöglicht.

Das erste Modell der Venturidüse, das bei diesen Messungen gebraucht wurde, hatte die Ausmasse einer Norm-Venturidüse [16]. Im zweiten Modell, der Düse Nr 2, wurde der zylindrische Teil zu 140 mm verlängert, wobei die restlichen Ausmasse, wie auch die Konstruktion, unverändert blieben. Die Verlängerung des zylindrischen Teils wurde von der Konstruktionsänderung des Temperaturfühlers bedingt. Dies sollte auch die Genauigkeit der Lufttemperaturmessung im zylindrischen Teil vergrössern.

Die Düse Nr 3 hatte genau die selben Ausmasse wie Düse Nr 2; sie wurde jedoch aus Stahlblech von 0,2 mm Dicke hergestellt, im Gegensatz zu den zwei ersten Düsen, die aus Aluminium mit einer Wanddicke von 4 mm gebaut waren. Die Änderung hatte den Zweck, die Wärmekapazität der Messeinrichtung zu vermindern und somit die Einstellungszeit des thermischen Beharrungszustandes zu verringern.

Der Temperaturfühler Nr 1 (Abb. 5) wurde aus Vinidur in Form eines Kreiszylinders mit einem Aussendurchmesser von 29,6 mm und einer Wanddicke von 4 mm hergestellt, wobei die Stirnseite mit einem abgerundeten Profil versehen war. In zwei Querschnitten des Temperaturfühlers, die voneinander 100 mm entfernt waren, wurden die Thermolemente aus Kupfer—Konstantan an der Mantelfläche des Zylinders gleichmässig angebracht. Um die vom Temperaturunterschied verursachte Differenz der elektrischen Potentiale zu vervielfachen, hat man



Entwickelte Mantelfläche des
Temperaturfühlers mit Thermoelementen

Abb. 5. Temperaturfühler Nr. 1.

sowohl am ersten wie auch am zweiten Messquerschnitt 10 Thermoelemente angebracht. Diese 20 Thermoelemente wurden hintereinandergeschaltet, und aus der Düse sind nur zwei elektrische Leitungen an das elektrische Messgerät herausgeführt worden.

Eine solche Konstruktion des Temperaturfühlers hat sich nicht bewährt, da die Einstellungszeit des thermischen Beharrungszustandes zu lang war, und zwar im Falle grosser Durchflussmengen *ca* 15 Minuten, bei kleinen Durchflussmengen dagegen sogar *ca* 30 Minuten betrug. Entscheidend für die Einstellungszeit waren nämlich nicht die dünnen Drähte der Thermoelemente, deren Durchmesser 0,5 mm nicht überschritt, sondern die verhältnismässig grosse Temperaturfühlermasse. Deshalb wurde der Temperaturfühler Nr 2 (Abb. 6) aus 0,2 mm dickem Stahlblech gefertigt, um auf diese Weise seine Wärmekapazität zu vermindern. In jedem der zwei Messquerschnitte dieses Temperaturfühlers wurden 15 Thermoelemente angeordnet. Das Einbauschema des Temperaturfühlers in der Düse zeigt Abb. 7.

Die Messungen wurden an den folgenden Messeinrichtungen durchgeführt

Düse Nr 1 und Temperaturfühler Nr 1—
Messeinrichtung Nr I

Düse Nr 2 und Temperaturfühler Nr 2—
Messeinrichtung Nr II

Düse Nr 3 und Temperaturfühler Nr 2—
Messeinrichtung Nr III

Die Einstellungszeit des thermischen Beharrungszustandes für die Messeinrichtung Nr II verminderte sich im Vergleich zur ersten Messeinrichtung um das Zweifache und betrug für die minimalen Durchflussmengen *ca* 15 Minuten und für die maximalen *ca* 5 Minuten. Erst die Verwendung von Messeinrichtung Nr III gestattete eine bedeutende Verminderung der Einstellungszeit zu erzielen, die diesmal 2–5 Minuten betrug.

Als elektrisches Messgerät, welches die Differenz der elektrischen Potentiale messen sollte, wurde in der ersten Phase der Messungen ein Mikrovoltmeter verwendet, dann aber bediente man sich zweier Lichtzeigergalvanometer "RFT" und "Norma".

Die Charakteristik der Messgeräte ist wie folgt:

Mikrovoltmeter:

Spannungsbereich 0–200 μ V/Skala
Eingangswiderstand 6500 Ω .

Lichtzeigergalvanometer "RFT":

Innerer Widerstand $R_w = 9,6 \Omega$
Stromstärke $I = 2,9 \cdot 10^{-7}$ A/Teilstrich.

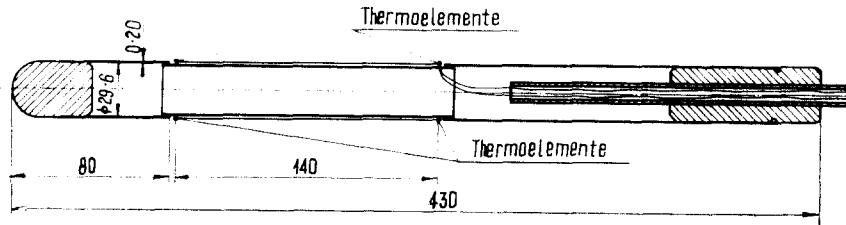


Abb. 6. Temperaturfühler Nr. 2.

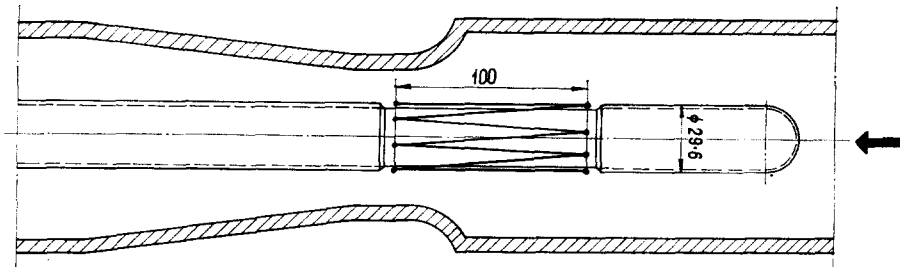


Abb. 7. Einbauschema des Temperaturfühlers in der Düse.

Lichtzeigergalvanometer "Norma" Modell 251 I:

Innerer Widerstand $R_w = 2000 \Omega$
 Stromstärke $I = 2,035 \cdot 10^{-9} \text{ A/Teilstrich}$.

Sowohl der Mikrovoltmeter wie auch die Lichtzeigergalvanometer wurden vor den Messungen bei Verwendung von Ultrathermostaten und Thermolementen aus Kupfer-Konstantan geeicht.

Die Messungen wurden so durchgeführt, dass bei konstanter Durchflussmenge der Luft der Ausschlag des elektrischen Messgerätes nach Einstellung des Beharrungszustandes abgelesen werden konnte. Die Durchflussmengen der Luft änderten sich im Bereich von 20–130 kg/h.

4. VERSUCHSERGEBNISSE UND IHRE BEARBEITUNG

Auf Grund der gemessenen Werte der Luftdurchflussmenge und der ihnen entsprechenden vom Temperaturfühler angezeigten, Temperaturdifferenzen, hat man für jede der drei Messeinrichtungen Diagramme aufgestellt. In diesen Diagrammen wurde in einem doppelt-logarithmischen Koordinatensystem die Luftdurchflussmenge "G" in Abhängigkeit von ΔT_F eingetragen. Abbildungen 8, 9 und 10 stellen diese

Funktion für Messeinrichtung I, II und III dar.

Aus den Diagrammen ist ersichtlich, dass die Korrelationskurven für alle drei Messeinrichtungen gerade Linien für Luftdurchflussmengen grösser als 40 kg/h sind. Da die Diagramme in doppelt-logarithmischer Skala eingetragen wurden, können diese Kurven in analytischer Form folgendermassen dargestellt werden:

$$G = C \Delta T_F^n \quad (4.1)$$

die für $G \geq 40 \text{ kg/h}$ gültig ist.

Der Exponent "n" dieser Beziehung wurde als identisch für alle drei Messeinrichtungen befunden und beträgt $n = 0,5$. Die Konstanten "C" dagegen ändern sich in Abhängigkeit von den Ausmassen der Düsen und Temperaturfühler.

Wie schon vorher erwähnt wurde erfordert die Ableitung einer Beziehung zwischen der Luftdurchflussmenge und der vom Temperaturfühler gemessenen Temperaturdifferenz die Kenntnis des Rückgewinnfaktors. Auf gemessenen Werten der Luftdurchflussmengen "G" und Temperaturdifferenzen " ΔT_E " fussend, wurden für die drei Messeinrichtungen die Rückgewinnfaktorwerte ϕ berechnet. Die errechneten Werte ϕ wurden in ein Diagramm (Abb. 11) in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl Re_a eingetragen,

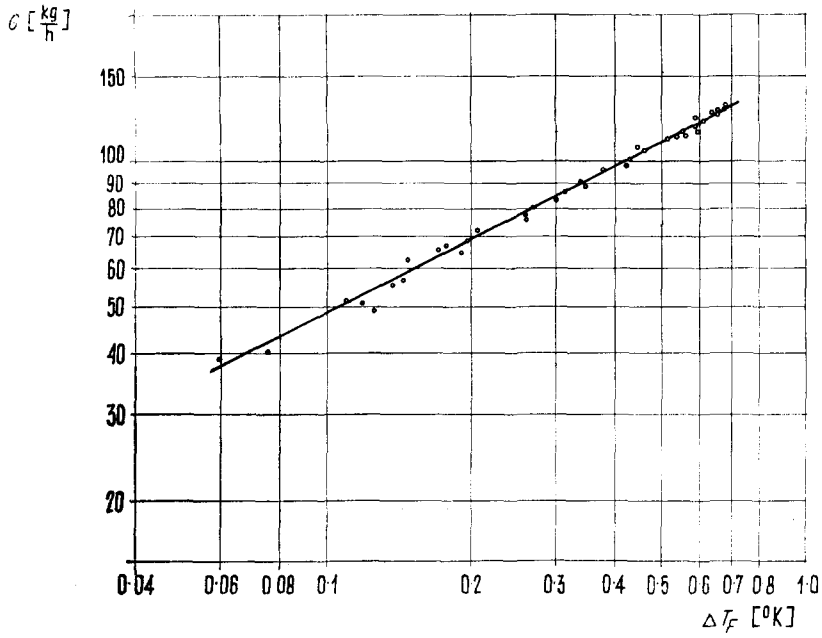


ABB. 8. Durchflussmenge der Luft in Anhängigkeit von der Temperaturdifferenz. Messeinrichtung Nr I Lichtzeiger—Galvanometer RFT.

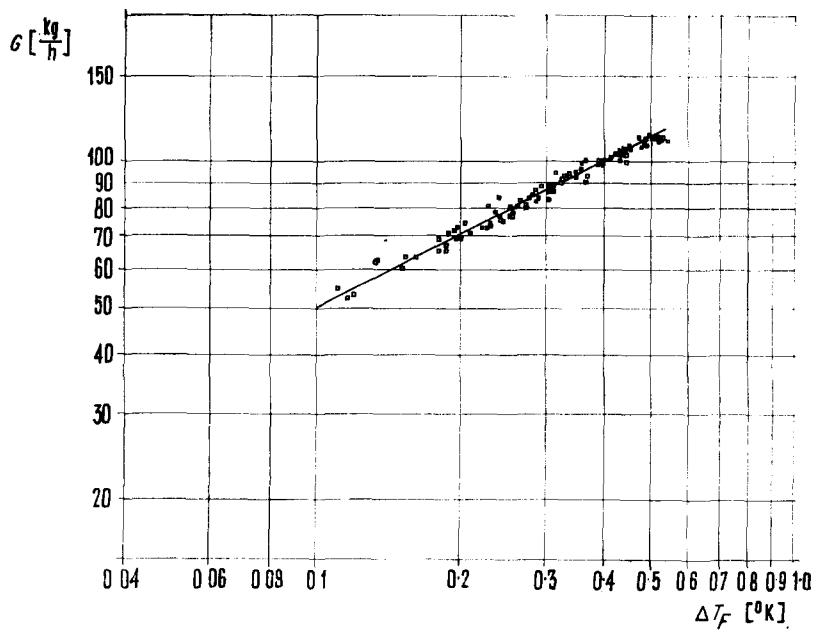


ABB. 9. Durchflussmenge der Luft in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz. Messeinrichtung Nr II Lichtzeiger—Galvanometer RFT.

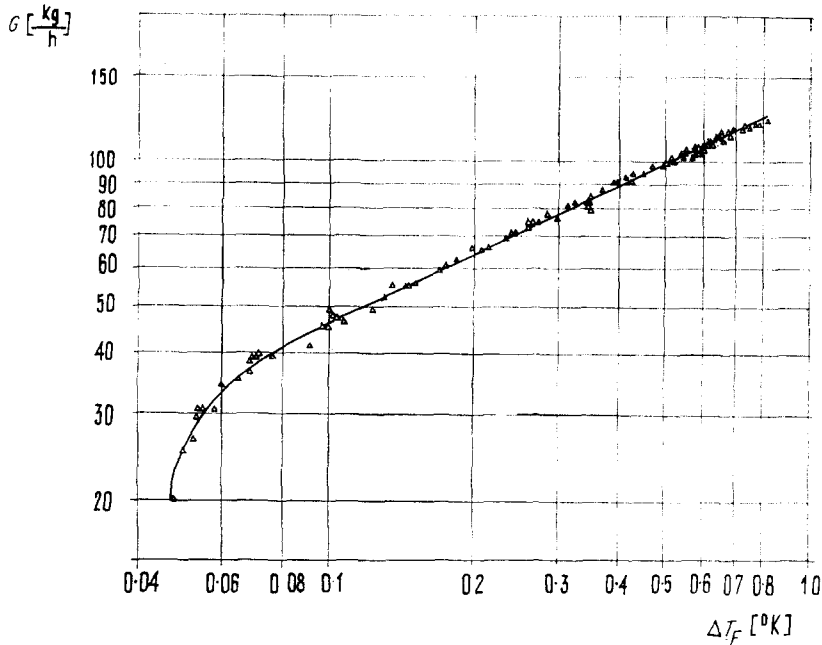


ABB. 10. Durchflussmenge der Luft in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz. Messeinrichtung Nr III Lichtzeiger—Galvanometer Norma.

Die Reynoldssche Zahl Re_d berechnete man für den engsten Querschnitt des Drosselgerätes, d.h. also für den zweiten Messquerschnitt. Die Reynoldssche Zahl Re_d wurde deshalb als Abszisse dieses Koordinatensystems gewählt, weil sie, wie aus den in dieser Arbeit durchgeführten Betrachtungen hervorgeht, für eine stabilisierte Rohrströmung in bestimmter Beziehung zu der Reynoldsschen Zahl Re_x steht, die beim Umströmen eines Profils berechnet wird. Die Berechnung der Reynoldsschen Zahlen Re_x stiess in diesem Falle auf grosse Schwierigkeiten.

Wie aus dem Diagramm ersichtlich ist, kann der Rückgewinnfaktor für Reynoldssche Zahlen grösser als 10 000 als nahezu konstant und unabhängig von der Reynoldsschen Zahl angesehen werden. Für Reynoldssche Zahlen, die kleiner als 10 000 sind, nimmt der Rückgewinnfaktor ϕ ab und nähert sich dem für laminare Strömungen charakteristischen Wert an.

Besondere Bedeutung besitzen für uns jedoch die Rückgewinnfaktorwerte für $Re_d > 10\,000$, das heisst im Bereich, in dem ϕ als konstanter Wert anzusehen ist.

Der mittlere Wert des Rückgewinnfaktors

ϕ wurde für alle drei Messeinrichtungen mit Berücksichtigung des mittleren statistischen Fehlers jeder Messeinrichtung berechnet [17, 18] und beträgt

$$\bar{\phi} = 0,8399.$$

Der Bereich, in dem sich mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,99$ der wahrhafte Wert des Rückgewinnfaktors ϕ_0 befinden soll, beträgt gemäss der statistischen Fehlertheorie

$$0,8282 < \phi_0 < 0,8516.$$

Wir können daher behaupten, dass auf Grund von Versuchsergebnissen, die mit drei Messeinrichtungen durchgeführt wurden, der berechnete Mittelwert $\bar{\phi} = 0,8399$ einen relativen Fehler $\pm 1,4$ Prozent aufweist.

Der errechnete Mittelwert $\bar{\phi} = 0,8399$ für eine turbulente Kanalströmung der Luft unterscheidet sich unwesentlich vom Rückgewinnfaktor, den Elser unter ähnlichen Umständen für die Luftströmung im Rohr erhalten hat.

Bei Gebrauch der Gleichung (2.40) und des Rückgewinnfaktorwertes $\phi_\infty = \sqrt[3]{(Pr)} = 0,89$ für

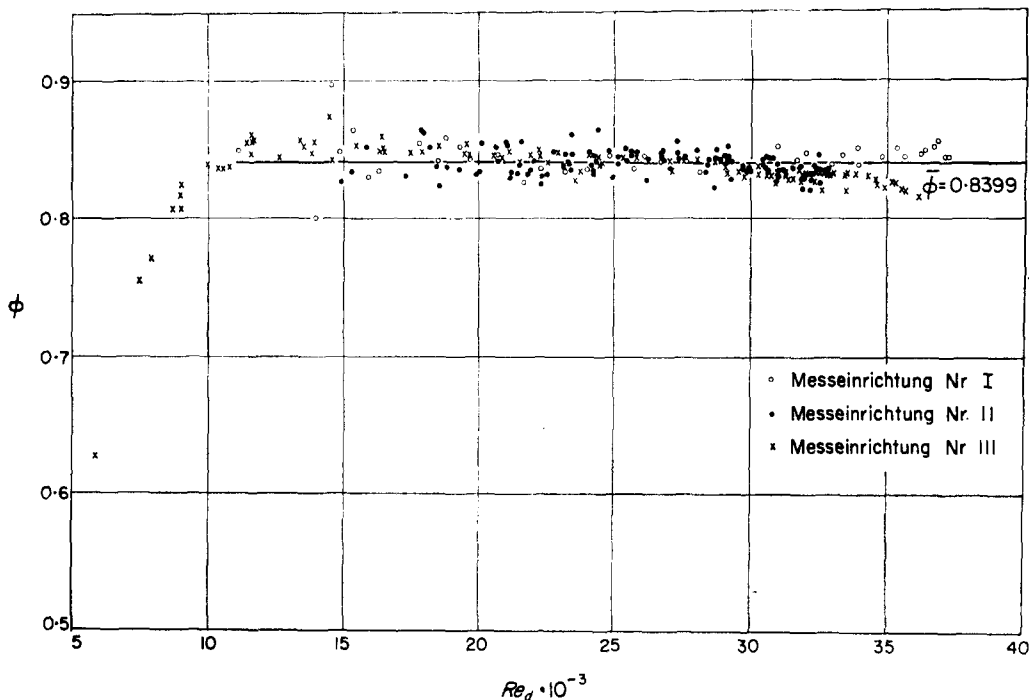


ABB. 11. Rückgewinnfaktor in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl.

das Umströmen der Platte mit turbulenter Grenzschicht erhalten wir

$$\phi = 1 - (1 - 0,89) \left(\frac{w_{\max}}{w_m} \right)^2. \quad (4.2)$$

Das Verhältnis der mittleren und maximalen Durchflussgeschwindigkeit für den Ringquerschnitt beträgt nach Knudsen [15] im Falle turbulenter Strömung ca 0,876. Dann ist $\phi = 0,855$.

Der Unterschied also zwischen dem auf theoretischem Wege errechneten und dem auf Grund von Versuchsergebnissen bestimmten Rückgewinnfaktorwert überschreitet nicht 2 Prozent, auf den Versuchswert bezogen. Dieses Ergebnis bestätigt noch einmal die Richtigkeit der gestellten Voraussetzungen und durchgeführten Betrachtungen und ermöglicht es somit, auf Grund von abgeleiteten theoretischen Gleichungen den Rückgewinnfaktor zu bestimmen. Diese Tatsache ist sehr wichtig für die Ableitung einer allgemeinen Beziehung zwischen den Durchflussmengen der Gase und den vom Temperaturfühler gemessenen Temperaturdifferenzen.

5. ALLGEMEINE BEZIEHUNG ZWISCHEN DER DURCHFLUSSMENGE DES GASES UND DER TEMPERATURDIFFERENZ

Um die allgemeine Beziehung zwischen der Durchflussmenge des Gases und der vom Temperaturfühler gemessenen Temperaturdifferenz abzuleiten, hat man von folgenden Gleichungen Gebrauch gemacht:

I. Gleichung der Energiebilanz für adiabatische Rohrströmungen

$$i_{m1} + A \frac{w_{m1}^2}{2g_z} = i_{m2} + A \frac{w_{m2}^2}{2g_z}. \quad (5.1)$$

II. Kontinuitätsgleichung für stationäre Strömungen

$$w_{m1} f_1 \gamma_1 = w_{m2} f_2 \gamma_2. \quad (5.2)$$

III. Beziehung zwischen Wärmehalt und Temperatur für reale Gase

$$i_m = c_p \int_0^T T_m. \quad (5.3)$$

In diesen Gleichungen betrifft der Index "1" den Querschnitt vor der Venturidüse, wo der

erste Messpunkt untergebracht wurde, dagegen Index "2" den Querschnitt im zylindrischen Teil der Venturidüse, wo sich der zweite Messpunkt befindet.

Die Umformung von Gleichung (5.1) bei Auswertung der Beziehung (5.3) führt zu folgendem Ausdruck

$$c_p \int_0^{T_{m1}} T_{m1} - c_p \int_0^{T_{m2}} T_{m2} = \frac{A}{2\check{g}_z} (w_{m2}^2 - w_{m1}^2). \quad (5.4)$$

Da die Unterschiede zwischen den Temperaturen T_{m1} und T_{m2} unwesentlich sind, kann angenommen werden, dass

$$c_p \int_0^{T_{m1}} \cong c_p \int_0^{T_{m2}} = c_p. \quad (5.5)$$

und Gleichung (5.4) wird wie folgt dargestellt

$$\frac{2\check{g}_z c_p \Delta T_m}{A} = w_{m2}^2 - w_{m1}^2. \quad (5.6)$$

Die Auswertung der Kontinuitätsgleichung (5.2) führt zur folgenden Beziehung

$$w_{m2}^2 \left[1 - \left(\frac{f_2 \gamma_2}{f_1 \gamma_1} \right)^2 \right] = \frac{2\check{g}_z c_p \Delta T_m}{A}. \quad (5.7)$$

Da $f_2/f_1 = m$ —das Öffnungsverhältnis der Düse darstellt, erhalten wir

$$w_{m2} = \sqrt{\{[2\check{g}_z c_p \Delta T_m]/(A [1 - m^2 (\gamma_2/\gamma_1)^2])\}} \quad \text{m/s.} \quad (5.8)$$

und die im Rohr strömende Gasmenge beträgt

$$G = w_{m2} f_2 \gamma_2 = f_2 \gamma_2 \sqrt{\{[2\check{g}_z c_p \Delta T_m]/(A [1 - m^2 (\gamma_2/\gamma_1)^2])\}} \quad \text{kg/s.} \quad (5.9)$$

Das Verhältnis der Dichtewerte in den zwei erwähnten Querschnitten kann durch nachfolgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\gamma_2 \gamma_{2S}}{\gamma_{2S} \gamma_1} \quad (5.10)$$

wo γ_{2S} die sich im zweiten Messquerschnitt in Folge einer adiabatischen umkehrbaren Expansion ($S = \text{const}$) ergebende Dichte darstellt, und zwar bei gleichem Druckabfall wie im Falle der adiabatisch nichtumkehrbaren Expansion ($S \neq \text{const}$).

Im Anschluss an das Gesagte erhalten wir

$$\frac{\gamma_{2S}}{\gamma_1} = \left(\frac{T_{2S}}{T_{m1}} \right)^{1/\kappa-1} \quad (5.11)$$

und

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_{2S}} = \frac{T_{2S}}{T_{m2}} \quad \text{bei } P_2 = \text{const} \quad (5.12)$$

setzen wir die folgenden Beziehungen ein

$$\Delta T_m = T_{m1} - T_{m2} \quad (5.13)$$

und

$$\Delta T_S = T_{m1} - T_{2S}$$

so kann das Verhältnis der Dichtewerte folgendermassen dargestellt werden

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{T_{m1} - \Delta T_S}{T_{m1}} \right)^{1/\kappa-1} \frac{T_{m1} - \Delta T_S}{T_{m1} - \Delta T_m}. \quad (5.14)$$

Definieren wir den Düsenwirkungsgrad als

$$\eta^* = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_S} \quad (5.15)$$

und führen diese Grösse in Gleichung (5.14) ein, so erhalten wir nach einigen Umformungen

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(1 - \frac{\Delta T_m}{T_{m1} \eta^*} \right)^{\kappa/\kappa-1} \frac{1}{1 - (\Delta T_m/T_{m1})}. \quad (5.16)$$

Der Maximalwert des Verhältnisses $\Delta T_m/T_{m1}$, welcher bei den in dieser Arbeit durchgeführten Versuchen erhalten worden ist, betrug $\sim 0,0165$ und entsprach einer mittleren Durchflussgeschwindigkeit der Luft im Rohr von ~ 20 m/s.

Da die in der Praxis gewöhnlich vorkommenden Durchflussgeschwindigkeiten der Gase in Rohrleitungen den in diesen Experimenten auftretenden Geschwindigkeiten sehr ähnlich sind, muss die Grössenordnung des Verhältnisses $\Delta T_m/T_{m1}$ in beiden Fällen die gleiche sein. Nehmen wir an, dass der Düsenwirkungsgrad nicht kleiner sein wird als $\eta^* \cong 0,9$, so kann der Ausdruck

$$\left(1 - \frac{\Delta T_m}{T_{m1} \eta^*} \right)^{\kappa/\kappa-1}$$

durch die zwei ersten Glieder der Reihe nach Maclaurin mit gutem Erfolg angenähert werden und wir erhalten

$$\left(1 - \frac{\Delta T_m}{T_{m1} \eta^*} \right)^{\kappa/\kappa-1} \cong 1 - \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1} \eta^*}. \quad (5.17)$$

Auch der Ausdruck

$$\frac{1}{1 - (\Delta T_m / T_{m1})}$$

wird auf ähnliche Weise angenähert:

$$\frac{1}{1 - (\Delta T_m / T_{m1})} \cong 1 + \frac{\Delta T_m}{T_{m1}} \quad (5.18)$$

Setzen wir die beiden Annäherungen (5.17) und (5.18) in Gleichung (5.16) ein, so erhalten wir nach Multiplikation und Vernachlässigung der im Vergleich zu anderen sehr kleinen Glieder folgende Form der Gleichung.

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cong 1 - \frac{[(1 - \eta^*) / \eta^*] \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1}} \quad (5.19)$$

Setzen wir

$$\zeta = \frac{1 - \eta^*}{\eta^*} \quad (5.20)$$

so kann das Verhältnis der Dichtewerte folgendermassen dargestellt werden

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cong 1 - \frac{\kappa \zeta + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1}} \quad (5.21)$$

Auf ähnliche Weise ist die nachstehende Abhängigkeit aufgestellt worden:

$$\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^2 \cong 1 - 2 \frac{\kappa \zeta + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1}} \quad (5.22)$$

Setzen wir die oben abgeleiteten Beziehungen (5.21) und (5.22) in Gleichung (5.9) ein, so kann die im Rohr strömende Gasmenge aus folgender Gleichung berechnet werden

$$G = f_2 \gamma_1 \left(1 - \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1}}\right) \sqrt{\left([2 \check{g}_z c_p \Delta T_m] / \left\{ A \left[1 - m^2 \left(1 - 2 \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_m}{T_{m1}} \right) \right] \right\} \right)} \text{ kg/s.} \quad (5.23)$$

Bei Auswertung der Relation zwischen der Differenz der mittleren statischen Gastemperaturen und der vom Temperaturfühler angezeigten Temperaturdifferenz

$$\Delta T_F = \Delta T_m (1 - \phi) \quad (5.24)$$

H.M.—2M

hat man folgende Gleichung für die Durchflussmenge des Gases als Funktion der gemessenen Temperaturdifferenz erhalten

$$G = f_2 \gamma_1 \left[1 - \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_E}{T_{m1} (1 - \phi)} \right] \sqrt{\left([2 \check{g}_z c_p \Delta T_F] / \left\{ A \left[1 - m^2 \left(1 - 2 \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_F}{T_{m1} (1 - \phi)} \right) \right] \right\} \right)} \text{ kg/s.} \quad (5.25)$$

Die angeführte Funktion gilt für Reynoldssche Zahlen $Re_d > 10\,000$, die für den zweiten Messquerschnitt, d.h. also für den zylindrischen Teil der Venturidüse, zu berechnen sind, da in diesem Falle der Rückgewinnfaktor für ein gegebenes Medium als nahezu konstant und von der Reynoldsschen Zahl unabhängig anzusehen ist. Die Bedingung

$$\frac{\Delta T_F}{T_{m1} (1 - \phi)} < 0,1$$

muss ebenfalls erfüllt werden.

Die Beziehung (5.25) kann weiteren Vereinfachungen unterworfen werden, die aber schon mit besonderen Eigenschaften der verwendeten Düsen verknüpft sind. Es kann nämlich bewiesen werden, dass für kleine Öffnungsverhältnisse der Düse ($m < 0,25$) die Gleichsetzung

$$1 - 2 \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_F}{T_{m1} (1 - \phi)} \cong 1 \quad (5.26)$$

einen relativen Fehler des ganzen Ausdruckes (5.25) zur Folge hat, der kleiner ist als 0,25 Prozent, Gleichung (5.25) kann somit folgendermassen dargestellt werden

$$G = f_2 \gamma_1 \left[1 - \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_F}{T_{m1} (1 - \phi)} \right] \sqrt{\{ [2 \check{g}_z c_p \Delta T_F] / [A (1 - m^2) (1 - \phi)] \}} \text{ kg/s.} \quad (5.27)$$

Setzt man

$$\epsilon = 1 - \frac{\zeta \kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{\Delta T_E}{T_{m1} (1 - \phi)} \quad (5.28)$$

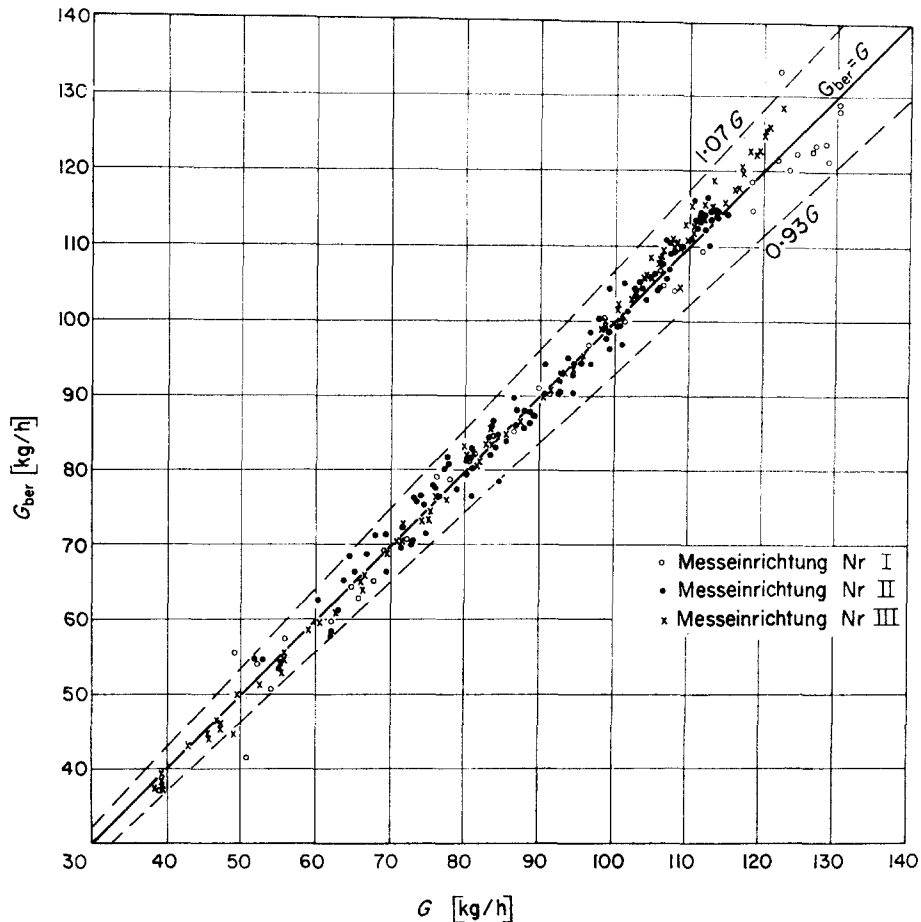


ABB. 12. Vergleich der gemessenen und berechneten Durchflussmenge der Luft.

so erhalten wir

$$G = f_2 \gamma_1 \epsilon \sqrt{\{0[2\check{g}_z c_p \Delta T_F]/[A(1 - m^2)(1 - \phi)]\}} \text{ kg/s.} \quad (5.29)$$

wo ϵ eine Grösse darstellt, die für ein gegebenes Medium nur von dem Verhältnis $\Delta T_F/T_{m1}$ und dem Düsenwirkungsgrad η^* abhängig ist.

Es ist ein Korrekturfaktor, der die Dichteänderung des Gases beim Durchfluss durch die Venturidüse berücksichtigt.

Auf Grund der oben angeführten Gleichung wurden unter Ausnutzung der gemessenen Werte ΔT_F , T_{m1} und P_1 die Durchflussmengen der Luft "G" berechnet. Die graphische Illustration

dieser Ergebnisse ist ein Diagramm (Abb. 12) in dem als Koordinatenachsen die gemessene und berechnete Luftdurchflussmenge gewählt wurde.

Aus dem Diagramm kann ersehen werden, dass ausser drei Fällen der Unterschied zwischen allen berechneten und gemessenen Durchflussmengenwerten 7 Prozent nicht überschreitet (auf den gemessenen Wert bezogen). Es ist besonders auf die Tatsache hinzuweisen, dass bei einer gesamten Zahl von 238 gemessenen und berechneten Durchflussmengenwerten 223 berechnete Werte einen relativen Fehler, der innerhalb der Grenzen ± 5 Prozent liegt, aufweisen. Wir können daher sagen, dass die abgeleitete Gleichung eine Gasmengenberechnung

nung mit einem relativen Fehler ± 5 Prozent gestattet.

6. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die in dieser Arbeit durchgeführte theoretische Analyse, sowie die erhaltenen Versuchsergebnisse, zeigen, dass die Verwendung von Düsen und Temperaturfühlern, die in ihrer Bauart den in diesen Experimenten gebrauchten ähnlich sind, die Durchflussmenge des Gases im Rohr anhand der gemessenen Temperaturdifferenz zu bestimmen erlaubt. Dabei wird als Grundbeziehung zwischen der im Rohr strömenden Gasmenge und der durch den Temperaturfühler gemessenen Temperaturdifferenz die Gleichung (5.29) erörtert. Der in dieser Gleichung auftretende Rückgewinnfaktorwert ϕ ändert sich, wie festgestellt wurde, unwesentlich mit dem Steigen der Reynoldsschen Zahlen, die jedoch grösser als 10 000 sein müssen. Diese Grösse kann aus folgender Relation bestimmt werden

$$\phi = 1 - (1 - Pr^{1/3}) \left(\frac{w_{\max}}{w_m} \right)^2 \quad (6.1)$$

die für den Bereich der Prandtlschen Zahlen $0,5 \leq Pr \leq 2$ gültig ist.

Mit Hilfe der kinetischen Theorie der Gase kann bewiesen werden, dass die Prandtlsche Zahlen für Gase durch die Werte $0,6 < Pr < 1$ begrenzt sind [11]. Gleichung (6.1) gilt also für alle Gase. Diese Feststellung kann jetzt auf Gleichung (5.29) erweitert werden, die als eine allgemeine Beziehung für alle Gase angesehen werden kann. Es soll jedoch darauf hingewiesen werden, dass für Prandtlsche Zahlen, deren Werte nahe an 1 liegen, was bei hochmolekularen Gasen der Fall sein kann, die Rückgewinnfaktorwerte ebenfalls nahe an 1 zu suchen sein werden. Die Abhängigkeit der gemessenen Temperaturdifferenz von der Differenz der mittleren statischen Gastemperaturen stellt Gleichung (2.43) dar, aus der hervorgeht, dass für Rückgewinnfaktorwerte die nahe an 1 liegen, ΔT_F einen sehr kleinen Wert annimmt. Die Messung von ΔT_F würde in diesem Falle eine sehr empfindliche Messapparatur erfordern, wenn es überhaupt möglich wäre, eine solche herzustellen. Diese Methode wird also für

Prandtlsche Zahlen, deren Werte nahe an 1 liegen, unbrauchbar sein.

Es soll auch betont werden, dass über die Genauigkeit der Gleichung (6.1) und zugleich über die Genauigkeit dieser Methode ein möglichst fehlerfreies Bestimmen der wirklichen Prandtlschen Zahl entscheidet. Gleichungen (5.29) und (6.1) gelten also auch im Falle der Gasströmung unter hohem Druck, wenn nur die in diesen Gleichungen vortretenden physikalischen Parameter des Gases reale Werte sein werden. Die in der Hochdrucktechnik vorkommenden Strömungsgeschwindigkeiten in Röhren (8–12 m/s) liegen im Geschwindigkeitsbereich dieser Experimente (3–20 m/s), und die viel grössere Dichte des Gases gewährleistet, dass die Reynoldsschen Zahlen bestimmt grösser als 10 000 sein werden. Die viel grössere Dichte des Gases und das damit verbundene Steigen der Wärmeübergangszahl wird auch die Verminderung der Einstellungszeit des thermischen Beharrungszustandes nach sich ziehen. Selbstverständlich muss die Konstruktion der Düse und des Temperaturfühlers an die Arbeitsbedingungen unter hohem Druck angepasst sein.

Es soll hier nochmals bemerkt werden, dass diese Arbeit, die auf eine alternative Methode der Gasmengenmessung hinweist, nur einen Teil der Lösung dieses Problems bildet. Man sollte in weiteren Arbeiten die Konstruktion der Temperaturfühler so verfeinern, dass die Wärmekapazität vermindert werden könnte. Eine weitere Vervielfachung der vom Temperaturfühler angezeigten Potentialdifferenz würde den Gebrauch von weniger empfindlichen elektrischen Messgeräten gestatten. Die Anwendung eines anderen elektrischen Temperaturmessverfahren ist selbstverständlich auch möglich.

Sollte sich diese Methode in der Praxis als brauchbar erweisen, so ist eine Normalisierung der in ihr angewandten Geräte notwendig.

LITERATUR

1. ST. OCHEŁDUSZKO, *Teoria Maszyn Ciepłych*. Band 1, S. 307, 154, 308–309. PWT, Warszawa (1953).
2. A. H. SHAPIRO, *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*. Band 1, S. 211–213, Band 2, S. 1033–1036, 1071, 1121, 1093. Ronald Press, New York (1953).
3. G. H. ABRAMOWICZ, *Prikladnaja Gazowaja Dinamika*,

- S. 9–18. Gosudarstvennoje Izdatielstwo Techniko-Teoreticzeskoj Literatury (1953).
4. W. H. McADAMS, *Heat Transmission*, S. 311. McGraw-Hill, New York (1954).
 5. H. GRÖBER, S. ERK und U. GRIGULL, *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung*, S. 253. Springer-Verlag, Berlin (1957).
 6. H. SCHLICHTING, *Grenzschicht—Theorie*, S. 111–115, 464–502, 372, 442. G. Braun, Karlsruhe (1958).
 7. N. J. BIEZUCHOW, *Teoria Sprężystości i Plastyczności*, S. 47–64, 131, 148, 99. PWN Warszawa (1957).
 8. E. POHLHAUSEN, Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und Wärmeleitung, *Z. Angew. Math. Mech.* **1**, 115 (1921).
 9. E. R. G. ECKERT, *Introduction to the Transfer of Heat and Mass*, S. 153. McGraw-Hill, New York (1950).
 10. H. JAKOB, *Heat Transfer*. Band II, S. 428, 454, 474, 490. John Wiley, New York (1957).
 11. T. HOBLER, *Ruch Ciepła i Wymienniki*, S. 18. PWT, Warszawa (1959).
 12. W. H. McADAMS, L. A. NICOLAI und J. H. KEENAN, Measurements of recovery factor and coefficients of heat transfer in a tube for subsonic flow of air, *Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs* **42**, 907 (1946).
 13. K. ELSENER, Reibungstemperaturfelder in turbulenten Grenzschichten, *Mitt. Inst. Thermodyn. Zürich* **8** (1949).
 14. E. R. G. ECKERT, *Heat and Mass Transfer*, S. 140. McGraw-Hill, New York (1959).
 15. J. G. KNUDSEN, D. L. KATZ, *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, S. 149, 93, 192. McGraw-Hill, New York (1958).
 16. ST. OCHĘDUSZKO, *Zarys Miernictwa w Dziedzinie Techniki Ciepłej*, S. 37 (1957).
 17. J. ŁUKASZEWICZ und M. WARMUS, *Metody Numeryczne i Graficzne*, S. 25–38. PWN, Warszawa (1956).
 18. T. BANACHIEWICZ, *Rachunek Krakowianowy*, S. 274–281. PWN, Warszawa (1959).

Abstract—The possibility of measuring gas quantities, using temperature differences, which are obtained by adiabatic expansion in a venturi-nozzle is analysed theoretically and experimentally. The temperature differences were measured with thermocouples, connected to the electrical measuring device (galvanometer, voltmeter) with two wires.

Such a measuring circuit may, for its simplicity, be useful in determining gas quantities, especially in high-pressure technique, where now differential manometers of special construction are applied. In the method presented, only two thin electric wires are connected to the nozzle.

The experimental results are in good agreement with an equation obtained theoretically, namely in the limits of ± 5 per cent.

Résumé—On a analysé théoriquement et expérimentalement la possibilité de mesurer la quantité de gaz en fonction de la différence de température qui est le résultat d'une détente adiabatique dans une tuyère de Venturi. La différence de température a été mesurée à l'aide de thermocouples qui étaient reliés à l'appareil de mesure (galvanomètre, voltmètre) par deux conducteurs.

Une pareille disposition du circuit de mesure peut rendre des services importants pour la mesure de la quantité de gaz, en particulier dans la technique des pressions élevées où l'on utilise actuellement des manomètres différentiels spéciaux. Dans le procédé décrit, il n'y a que deux fils électriques reliés à la tuyère.

Les résultats de mesures témoignent d'un bon accord avec l'équation obtenue par la théorie, dans la limite de $\pm 5\%$.

Аннотация—Теоретически и экспериментально изучена возможность определения расхода газа по разности температур, устанавливающейся в насадке Вентури в результате адиабатического расширения. Разность температур замеряется термопарами, подключенными к измерительному прибору (гальванометру, вольтметру) посредством двух проволочек.

Предлагаемый способ очень удобен вследствие простоты конструктивного оформления, что весьма существенно в технике высоких давлений, где в настоящее время применяются дифманометры особой конструкции.

Отклонение результатов измерений от теоретических, подсчитанных по полученному уравнению, составляет ± 5 процента.